

# Didáctica de la Matemática, Educación Matemática e Investigación

Alfonso Jiménez Espinosa<sup>1</sup>

*"En el caso de las Matemáticas, existe la muy difundida opinión que dice que las matemáticas son políticamente neutras, ya que en tanto actividad técnica, pueden ser aprendidas y enseñadas como una disciplina en sí. Aun cuando uno aceptara este punto de vista, sería ingenuo pensar que ello no tiene consecuencias políticas y sociales."*

*Williams, R. P*

<sup>1</sup> Profesor del programa de Licenciatura en Matemáticas de la UPTC. Doctor en Educación Matemática. Director de la Formación Posgraduada de la UPTC.

## 1. Resumen

En este capítulo se presentan aspectos de la evolución histórica de la Didáctica de la Matemática y los inconvenientes que puede generar una visión simplista y reducida del fenómeno educativo, que lleve a ver la Didáctica como un área que busque sólo la eficacia en los aprendizajes. Se hace una propuesta donde el profesor de matemática asuma su función como “educador matemático”. Esto implica tener una visión amplia del fenómeno educativo y poner en acción la transversalidad del currículo, para lo cual el profesor debe ser consciente de las diversas formas de existencia de la Matemática y de la relación entre ésta y otras disciplinas del conocimiento. Por último se indican tendencias y elementos para la investigación en Educación Matemática.

### Palabras clave:

Didáctica, currículo, Educación Matemática, transversalidad, educador matemático.

## Abstract:

This chapter has two goals. The first goal is to make a brief description about the historical evolution of the Didactics of Mathematics and the situations which can be dealt through a reduced sight of educational phenomenon where didactics is seen as an area that looks for learning effectiveness. The second one, is to present a proposal where the Mathematics teacher takes his/her role as a “mathematical educator”, which implies a wide sight open the educational phenomenon and the curriculum for this final statement, the teacher must be aware of the existence of Mathematics and its relations with other disciplines of knowledge.

**Key words:** didactics, curriculum, mathematics education, transversality, mathematics educator.



## 2. Antecedentes

La enseñanza de la Matemática se reduce, algunas veces, a la presentación de algoritmos, definiciones, axiomas, teoremas y ejemplos –dependiendo del nivel– y tal vez, a la resolución de “problemas de aplicación”. En el caso de la educación básica, generalmente, se centra en manejo mecánico de algoritmos y procesos de cálculo (sin mayor sentido para el estudiante, pues él sabe que la calculadora los hace rápida y eficientemente), o en la manipulación de un lenguaje abstracto y extraño y sin relación alguna con el mundo que vive el alumno. A pesar que esta situación en algo ha cambiado, los resultados de las pruebas –SABER, ICFES, ECAES– siguen mostrando serias dificultades, tanto en la utilización de la herramienta matemática, como en su relación con la vida diaria (competencias).

Como la situación descrita ha sido muy frecuente a través de todos los tiempos, la búsqueda del mejoramiento en los procesos de enseñanza y de aprendizaje siempre ha sido preocupación de pensadores, investigadores y educadores desde épocas remotas. El origen de la Didáctica de la Matemática, puede decirse que se remonta a la época de su inclusión en los currículos escolares. Uno de esos primeros pensadores, específicamente en Matemática, de que se tenga noticia fue Félix Klein, quien hacia finales del siglo XIX introdujo en las universidades alemanas cursos de didáctica como disciplina implicada en el conocimiento escolar, con el objeto de que los estudiantes recibieran entrenamiento práctico sobre la enseñanza de la Matemática.

Es indiscutible que para su enseñanza se requiere algo más que el dominio de los contenidos disciplinares, a pesar que sigue

vivo el debate entre los matemáticos. Ante esto, como dice Gómez, **“No es razonable cerrar los ojos y creer que sólo es válido lo que uno es capaz de pensar. Otros han pensado sobre lo mismo y muchas veces con gran acierto”**<sup>2</sup>. De la misma forma, es incuestionable que sin un amplio dominio de la Matemática alguien pueda enseñarla. Según Shulman, aquel clásico axioma de que sin un buen conocimiento matemático no es posible enseñar bien la Matemática es irrefutable. Sin embargo, además de aquel conocimiento, el profesor necesita dominar el conocimiento didáctico-pedagógico del contenido de enseñanza y el conocimiento de los materiales curriculares. En palabras de Ponte, **“[...] si para ser profesor de matemática se necesita saber Matemática, no es menos cierto que para ser profesor es necesario un conocimiento profesional que incluya aspectos diversos, desde el conocimiento didáctico al conocimiento del currículo y de los procesos de aprendizaje”**<sup>3</sup>. De esta forma, el conocimiento didáctico-pedagógico es esencial para el profesor de matemática.

El origen de la Didáctica se remonta a Comenius, quien enfatizaba que el conocimiento empieza a través de los sentidos y no de las exposiciones verbales, para lo cual debe actuarse en consecuencia. Ya en el siglo XIX aparecen los pedagogos activistas, como Pestalozzi, quien postula que el aprendizaje sólo es verdadero si proviene de la actividad de los mismos alumnos. Para él, las descripciones debían preceder a las definiciones,

2 GÓMEZ, Bernardo. Las Matemáticas y el proceso educativo. Área del conocimiento Didáctica de la Matemática. Colección Matemáticas: cultura y aprendizaje, N° 1. Madrid: Editorial Síntesis, pp 59-104, 1991; p. 61.

3 En: JIMÉNEZ, E. Alfonso. Formación de profesores de matemática: aprendizajes recíprocos escuela-universidad. Tunja: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Búhos Editores, 2005; p. 168.



pues aunque algo esté claro para el alumno, no significa que lo pueda definir. A través de la experiencia directa y de la actividad y las operaciones sobre las cosas, según él, es como nace el concepto. No voy a discutir en este texto la pertinencia o la validez de estos argumentos hoy, sino, a destacar la importancia de una preocupación por la Didáctica y por la Educación Matemática.

### 3. La didáctica en la concepción moderna

El uso de la Didáctica fue introducido en la escuela, como ya se dijo, desde finales del siglo XIX, sin embargo, fue especialmente desde el momento en que comenzó a hablarse de "cientificidad en la educación", cuando se generalizó su uso. La sociedad occidental, ante los impactos tecnológicos y la carrera espacial, quiso renovar la formación de sus futuros ciudadanos, para que adquirieran nuevos conocimientos y capacidades, que evitaran un retraso frente a las nuevas producciones científicas en la competencia de las superpotencias.

De esta forma se promueve el traslado a la escuela de la Nueva Matemática, la Moderna, cuyo objetivo fue disminuir la separación entre la Matemática que se enseñaba y la que se creaba en la investigación. Este programa, como es bien sabido, se convirtió en un fracaso para la Matemática enseñada en la escuela elemental, básica y media.

La introducción de la Matemática Moderna en las escuelas transcurre en el mismo momento del apogeo de la llamada Escuela Nueva. Los principios de este modelo educativo se fundamentan en el respeto a las necesidades físicas y psíquicas del niño y se basa en las leyes de la psicología infantil y los intereses individuales. El estudiante pasa a ser el centro del proceso educativo

(llamado en ese contexto proceso de enseñanza-aprendizaje).

Con la consolidación de la "ciencia Moderna", según Federici et al, en las décadas de los sesenta y setenta del siglo veinte, se volvió con mucho énfasis al proyecto de "*superar radicalmente las formas tradicionales de educación*",<sup>4</sup> iniciado desde finales del siglo XIX. Aspiraba aquel proyecto de cambio –con fundamento en una Racionalidad Técnica<sup>5</sup> y que se conoció en el ámbito educativo con el nombre de Tecnología Educativa– crear y promover en la educación formas radicalmente nuevas, estructuradas desde una fundamentación que se presentaba como científica, con lo cual se pretendía ordenar minuciosamente las prácticas educativas<sup>6</sup>.

La objetividad proclamada por el cientificismo en la educación, con horizonte en la eficiencia y la eficacia, hizo que la Didáctica se centrara en buscar responder solamente a cómo se debe enseñar cierto contenido y en

4 FEDERICI, C., MOCKUS, A., CHARUM, J., GRANÉS, J., CASTRO, M., GUERRERO, B. Y HERNÁNDEZ, C. La científicidad en educación. Revista Colombiana de Educación, N° 14, II semestre, pp. 69-90, 1984.

5 La Racionalidad Técnica (en la práctica del maestro conocida como Tecnología Educativa) se fundamentó en la corriente filosófica del Positivismo, considerado en la modernidad como la concepción filosófica y metodológica por antonomasia de la investigación. Esta corriente de pensamiento rechaza y asume una posición crítica frente a cualquier tipo de tendencia que busque producir conocimiento por medios diferentes a aquellos que no estén sujetos a la comprobación experimental. El Positivismo intentó crear una metodología o "Lógica de las Ciencias" que se constituyera en el único camino para conocer la realidad y producir conocimiento. Esta Lógica cree que para estudiar y conocer la sociedad se debe hacer con los mismos criterios y procedimientos que se utilizan en el estudio de las Ciencias Naturales, lo que llevado al salón de clase tuvo algunas implicaciones negativas, como, por ejemplo, la separación entre teoría y práctica o el considerar a los sujetos como simples objetos, olvidando, justamente, su subjetividad.

6 Cf. JIMÉNEZ, E. Alfonso. Quando professores de Matemática da escola e da universidade se encontram: re-significação e reciprocidade de saberes. Tese de doutorado. Campinas (São Paulo - Brasil): FE/Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), 2002.



la obtención de esos objetivos. Para esto la Didáctica se aprovechó de los avances en la Psicología, especialmente la de la conducta –Behaviorista–, reduciendo el proceso educativo a mecanismos de estímulo–respuesta y de refuerzo que “condujeran al aprendizaje”<sup>7</sup>. La investigación en Didáctica trató de examinar los efectos de la “instrucción”, en donde la enseñanza se considera como un tratamiento y el aprendizaje como un efecto. Así la Didáctica se empobrece, junto a todo el proceso educativo, pues hablar de educación se reduce a la búsqueda de resultados medibles y la calidad de la educación se convierte en cuantificar los objetivos alcanzados por los estudiantes. Con esta visión la educación se centra solo en decidir qué enseñar (contenidos) y cómo hacerlo (didácticas y metodologías).

Posteriormente los amplios trabajos de Piaget y su Escuela de Ginebra cambiaron el enfoque de las investigaciones en Didáctica –no sólo de la Matemática sino de todas las áreas– centradas en el cambio de conducta, y se reorientaron hacia el método clínico a través del cual se examinan los procesos de razonamiento matemático en los niños, los cuales tuvieron gran influencia en la metodología, especialmente en Matemática. En la concepción piagetiana se entiende el conocimiento como el producto de la interacción entre el sujeto cognoscente y el objeto de conocimiento, sobre todo a través de la generación del conflicto cognitivo, lo cual sucede en varias etapas: asimilación, equilibración y acomodación.

A pesar de la gran importancia del trabajo de la Escuela de Ginebra, a decir de varios autores, entre ellos Kilpatrick, “Hasta fechas muy recientes este tipo de investigación ha ignorado virtualmente las influencias sociales y culturales sobre el pensamiento”<sup>8</sup>. Esto cada día es evidente, pues en esa concepción se entiende el aprendizaje como un proceso netamente individual, argumento válido solo en parte, puesto que el ser humano es en esencia un sujeto social.

#### 4. Una concepción más amplia de la didáctica

La Didáctica como la simple búsqueda de la eficacia de los procesos de enseñanza es claramente reducida y pobre<sup>9</sup>. Esta concepción, sería de la que habla Lucio como una “Didáctica sin Pedagogía”, ya que “Sin la perspectiva globalista e integradora de la visión pedagógica, la Didáctica es un instrumento para enseñar mejor, sin preocuparse por <a quién>: el alumno es una máquina pensante, acumuladora (y productora, en el mejor de los casos) de conocimientos”<sup>10</sup>.

Lo anterior significa que sin una visión clara y amplia del tipo de hombre que se quiere educar y de la sociedad a la cual pertenecerá, esto es, el tipo de educación requerida, podremos caer en un activismo peligroso,

8 KILPATRICK, Jeremy, GÓMEZ; Pedro y RICO; L. Educación Matemática: Errores y dificultades de los estudiantes, resolución de problemas, evaluación e historia. México: Grupo editorial Ibero América, 1995:

9 Algunos autores como D’Amore, a ese tipo de didáctica de la “receta” para enseñar, la llaman didáctica A, diferenciándola de una didáctica B, que concentra su atención en el fenómeno del aprendizaje, en la investigación de cómo se aprende, en la epistemología del aprendizaje matemático. Cf. D’AMORE, Bruno. Didáctica de la matemática. Bogotá: Editorial Magisterio, 2006.

10 LUCIO; Ricardo. Educación y Pedagogía, Enseñanza y Didáctica: diferencias y relaciones. Revista de la Universidad de La Salle – Julio 1989. Año XI N° 17. pp. 35 – 46; p. 39.

7 Es bueno recordar que ese enfoque del proceso educativo enmarcado en ese paradigma, consideraba la enseñanza como un estímulo (o causa) y el aprendizaje como la respuesta esperada (el efecto), de ahí la expresión de “proceso enseñanza-aprendizaje”.



ciego y hasta, posiblemente, inútil. Pero igualmente, determinar cómo educar ese tipo de hombre y de sociedad, no se puede hacer sin una reflexión seria y profunda, esto es, sin Pedagogía. De esta forma, el horizonte de la Didáctica debe ser la Pedagogía, tal como el de esta última debe ser la concepción de hombre y de sociedad que queremos<sup>11</sup>.

En la versión positivista moderna, fundamentada desde la Psicología en el enfoque ya mencionado, la Didáctica se convierte en un fin: el saber por el saber. Pero, no da respuestas a preguntas como: ¿saber, qué?, ¿saber, para qué?, ¿saber, por qué?, y otras no menos importantes, como, ¿En últimas, en beneficio de quién?. Es aquí donde cobra plena importancia una fundamentación pedagógica sólida en los docentes y no sólo el conocimiento de los procedimientos o los materiales a ser usados, o como se acostumbra decir: la fórmula, la clave, la pista, la receta. Desde esta perspectiva la Didáctica como campo de estudio e investigación debe implicar a los docentes, investigar con ellos y sistematizar sus experiencias, sus prácticas y sus saberes didácticos, todo esto a la luz de la teoría.

## 5. La didáctica de la matemática y la educación matemática

La Educación Matemática como área de investigación apareció después que la Didáctica de la Matemática. La expresión comenzó a ser usada para referirse a un área de estudio e investigación educativa más amplia que la Didáctica. En este punto vale la pena hacer claridad respecto al uso y significado de las dos expresiones, pues en el contexto anglo-sajón se emplea la expresi-

sión "Mathematics Education", para referirse al área de conocimiento que especialmente en Francia, Alemania y otros países con esa influencia, se denomina "Didáctica de la Matemática". En el contexto actual, muchos autores usan las dos expresiones como sinónimas, aunque no lo son.

Existen varias formas de ver y de definir la Didáctica de la Matemática y dependen de la amplitud o de la reducción con que se vea el fenómeno educativo. Por ejemplo, para País *"La Didáctica de la Matemática es una de las tendencias de la gran área de Educación Matemática, cuyo objeto de estudio es la elaboración de conceptos y teorías que sean compatibles con la especificidad educativa del saber escolar matemático, buscando mantener fuertes vínculos con la formación de conceptos matemáticos, tanto a nivel experimental de la práctica pedagógica, como en el territorio teórico de investigación académica"*<sup>12</sup>.

Brousseau define Didáctica de la Matemática "(...) como una ciencia que se interesa por la producción y comunicación de los conocimientos matemáticos, en lo que tienen de específicos, indicados como objetos particulares de estudio: Las operaciones esenciales de la difusión de los conocimientos, las condiciones de esta difusión y las transformaciones que produce, tanto sobre los conocimientos como sobre sus utilizadores. Las instrucciones y las actividades que tienen por objeto facilitar esas operaciones"<sup>13</sup>.

12 PAÍS, Luiz Carlos. *Didática da Matemática: Uma análise da influência francesa*. Coleção tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2001; p. 11.

13 En: GODINO, Juan D. *Hacia una teoría de la Didáctica de la Matemática*. En: Área de Conocimiento: Didáctica de la Matemática. GODINO, J, et al. Colección Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. Madrid: Editorial Síntesis, pp 105-148, 1991; p. 131.

11 Ídem.



En esta concepción, la Didáctica de la Matemática está relacionada con la actividad matemática misma y el estudio de las transformaciones de esa ciencia, ya sea desde la investigación o desde la enseñanza. La Didáctica, según Brousseau, se ve bajo una concepción sistémica, de tal forma que el hecho didáctico no puede ser explicado a partir del estudio separado de cada uno de sus componentes: alumno, profesor y saber matemático enseñado.

Multiplicidad de estudios sobre la separación entre la matemática que se enseña —o se comunica, según la concepción anterior— y la que se usa cotidianamente, muestra claramente que ese tipo de enseñanza se convierte en un intento de transmitir un conocimiento, que puede ser estéril y neutro, que no incide en el desarrollo del estudiante y que por tanto, rápidamente olvida, pues pudo, nunca significar nada para él.

Higginson<sup>14</sup> analiza la naturaleza de la Didáctica de la Matemática en términos de las interacciones entre los distintos elementos de un tetraedro en cuyas caras están cuatro disciplinas: Matemática, Psicología, Sociología y Filosofía. Según este autor, el hecho que hasta ahora no haya habido avances significativos en el tratamiento de los problemas surgidos en el aprendizaje de la Matemática, se debe a que se ha tenido una visión muy estrecha de cuáles son los factores que influyen sobre la Disciplina Matemática y su aprendizaje. El fracaso en la creación de teorías o metodologías coherentes, lo explica por la ignorancia de aspectos esenciales en los fundamentos mismos de la Matemática y de su aprendizaje.

Con el ánimo de esclarecer el uso de las dos expresiones, tomo prestado de D'Amore las dos definiciones. "*Didáctica de la mate-*

*mática: es la disciplina científica y el campo de investigación cuyo objeto es identificar, caracterizar y comprender los fenómenos y los procesos que condicionan la enseñanza y el aprendizaje de la matemática". "Educación matemática: es el sistema social complejo y heterogéneo que incluye teoría, desarrollo y práctica relativa a la enseñanza y al aprendizaje de la matemática. Incluye a la didáctica de la matemática como subsistema"*<sup>15</sup>. Se observa aquí ya una clara distinción de los dos campos, el de la didáctica y el de la educación matemática, tomando la primera como parte y apoyo para la segunda. Al definir a la segunda como "el sistema social complejo y heterogéneo", se ve claramente que ya el fenómeno educativo es un proceso que no se puede reducir, para el caso del profesor, al manejo de meras técnicas de enseñanza.

## 6. La Educación Matemática como campo de acción del profesor

La Didáctica como área que busca mejorar la eficiencia y la eficacia de los procesos de enseñanza y de aprendizaje resulta insuficiente para la labor del profesor. Se propone que el profesor de Matemática vea su función en un contexto más amplio, justamente como "educador matemático". Ser educador matemático es mucho más que un simple "transmisor de contenidos", es asumir su verdadero papel de educador, donde se fomente también la crítica, el cuestionamiento permanente, la autodeterminación y la independencia en los modos de actuar y sobre todo de pensar, todo a través de la Matemática.

14 Idid. p. 108.

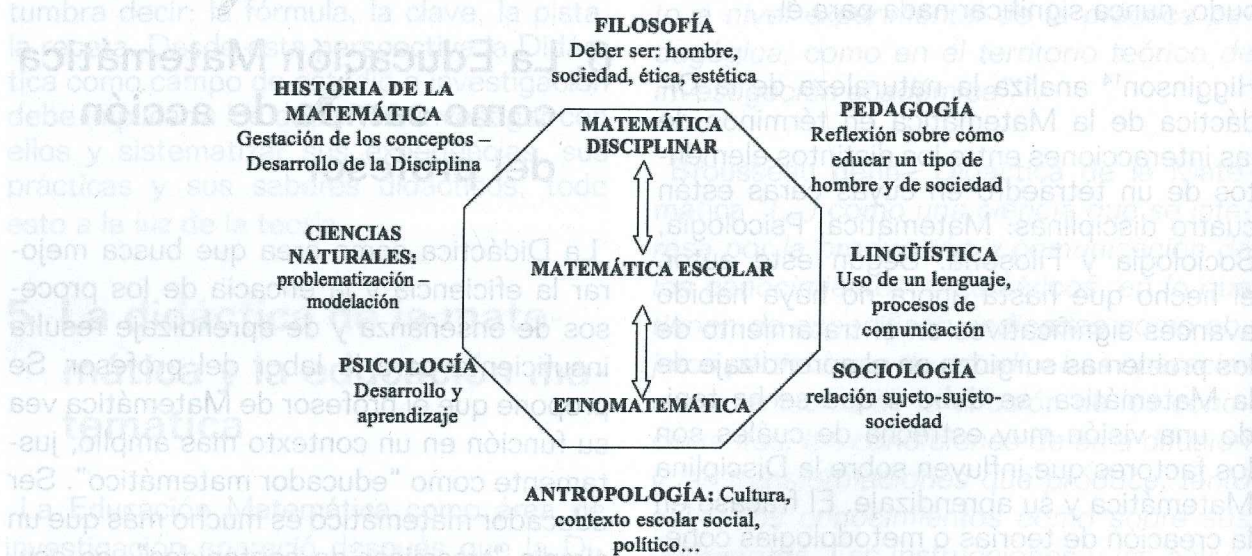
15 D'AMORE., Op. Cit. p. 113.



Para nuestro caso colombiano, ¿cómo ignorar que a través de la Matemática se pueden analizar e interpretar los problemas?. Paulo Freire pregunta ¿"Qué hacer, como educadores, trabajando en un contexto problemático? ¿Cómo hacer?". Nadie tiene las respuestas a esas preguntas, pero comparto el camino trazado por ese autor: "El mañana no es algo dado de antemano, sino un desafío, un problema. [...] cambiar es difícil, pero es posible"<sup>16</sup>.

Las consideraciones anteriores me llevan a ver la función del educador matemático enmarcada en un octógono, en cuyas caras se encuentran las disciplinas que están directamente relacionadas con la enseñanza de la Matemática (ver figura en la página siguiente). Se basa en el tetraedro de Higginson para analizar la naturaleza de la Didáctica de la Matemática como área de conocimiento, en el octógono que propone Vasco<sup>17</sup> para la investigación en Educación Matemática y en nuestras investigaciones con profesores (Jiménez, 2005).

En el centro del octógono están las tres diferentes formas de existencia de la Matemática: La Etnomatemática<sup>18</sup> (o mejor las etnomatemáticas: la matemática que practican los grupos sociales, las etnias, las diferentes culturas, la que saben y dominan los niños y jóvenes antes de llegar a la escuela y que casi siempre es borrada de tajo en ésta); La Disciplina Matemática de los contenidos formales que se enseña en la universidad, y la matemática escolar (la del currículo), la que se enseña en la escuela.



16 En: JIMÉNEZ, 2005, Op. Cit., p. 47.

17 VASCO Carlos E. La Educación Matemática: una disciplina en formación. Matemática Enseñanza Universitaria, Revista de la Escuela Regional de Matemáticas ERM, Universidad del Valle, Vol III No 2 1994.

18 La Etnomatemática hoy se considera una subárea de la Historia de la Matemáticas y de la Educación Matemática, con una relación natural con la Antropología y las Ciencias de la Cognición. Puede decirse que es la matemática practicada por los grupos culturales, tales como comunidades urbanas y rurales, grupos de trabajadores, grupos profesionales, los niños en una cierta edad en determinado lugar, sociedades indígenas y todos los grupos que se identifican por objetivos y tradiciones comunes (p. 9). La motivación de la Etnomatemática es intentar entender el saber y el hacer matemático a lo largo de la historia de la humanidad, contextualizado en diferentes grupos de intereses, comunidades, pueblos y naciones (p. 17) (Cf. D'Ambrosio, 2002).



Para el educador matemático, ser consciente de la existencia de esos tres tipos de matemática, y circular por ellos, es indispensable. Si el profesor de matemática, por ejemplo, se centra sólo en la matemática escolar del currículo, olvidándose de la matemática de las prácticas sociales (etnomatemáticas) estará intentando que sus alumnos aprendan algo desconectado de las realidades donde el estudiante usa la Matemática. Si se olvida de la Matemática Disciplinar, termina en la rutina, perdiendo una visión integradora del área.

Cuando el profesor ciegamente trata de obedecer solo al qué (contenidos) y al cómo (didáctica simplificadora), sin ir más allá, está olvidando que todos los fenómenos, especialmente los sociales, como lo que ocurre en un salón de clase, no son simples, sino al contrario muy complejos. Para Morín es complejo lo que no puede resumirse en una palabra clave, o en una ley o en una idea simple, para el caso de la didáctica, en una receta. La complejidad aparece ciertamente donde el pensamiento simplificador y reduccionista falla e integra en ella todo lo que pone orden, claridad, distinción, precisión en el conocimiento. La complejidad es a primera vista un fenómeno cuantitativo, la extrema cantidad de interacciones y de interferencias entre un número muy grande de unidades. Sin embargo la complejidad no comprende solo una gran cantidad de unidades y de interacciones que desafían nuestras posibilidades de cálculo, comprende también incertidumbres, indeterminaciones, fenómenos aleatorios. En este sentido, de alguna forma, la complejidad está siempre en contacto con el azar<sup>19</sup>.

La complejidad de las situaciones de clase inmersas en una realidad social, justifica colocar las diferentes áreas del conocimiento que aparecen en las caras del octógono de la figura anterior, pensando en la educación de un ser humano integral y en la necesaria transdisciplinariedad<sup>20</sup> que exige el trabajo con eventos complejos, de acuerdo con las realidades actuales. Por ejemplo, ¿cómo desconocer los procesos históricos de construcción de los conceptos matemáticos para enseñarla? o ¿cómo desconocer la importancia de que el profesor se cuestione sobre sus concepciones sobre la naturaleza del propio conocimiento Matemático? Es indudable que de la forma como se conciba la Matemática, dependerá el enfoque didáctico y metodológico de su enseñanza.

Con el mismo criterio la Antropología y la Sociología también son referentes fundamentales cuando se enseña matemática. A no ser que desconozcamos para qué enseñamos, o por qué enseñamos; además de "preparar" para dar respuestas en pruebas o exámenes, el pensar sobre el "deber ser" de hombre y de sociedad y el análisis de las realidades históricas y sociales, es incuestionable.

Cuando se piensa en la relación que pueden tener la Ciencias Naturales con la enseñanza de la Matemática, también resulta evidente. Es en las Ciencias Naturales y Sociales donde se puede, a través de la Matemática, modelar los fenómenos. Allí generalmente, aparecen una multiplicidad

20 Siguiendo igualmente a Morín, para enfrentar la complejidad, se debe tener en cuenta la interdisciplinariedad, entendida como el tránsito por las diferentes unidades y temas de una disciplina; pero igualmente se debe tener presente la transdisciplinariedad, entendida como la relación entre diferentes disciplinas, buscando justamente una explicación más consistente a cada fenómeno.

19 MORÍN, Edgar. *Introdução ao pensamento complexo*. Lisboa: Sociedade Astória, Ltda. 1990.



de problemas en donde la Matemática es la herramienta de análisis.

¿Y por qué dudar de la relación existente entre Matemática y Lingüística, cuando la primera tiene un lenguaje propio, muy similar en su estructura con la lengua? Cuando se desconoce esta realidad, no se permite, por ejemplo, que los alumnos puedan dar nombre a un objeto matemático identificado, simplemente se impone el clásico ya instituido, sin justificaciones. Cuando se va a simbolizar una propiedad identificada, también hay la posibilidad de discutir las diferentes propuestas de hacerlo a través del lenguaje de la Matemática, hasta ver la conveniencia de unificar. De igual forma cuando se intenta demostrar alguna conjetura y no se percibe que hay unas reglas de inferencia y deducción similares a las del lenguaje o a las de la Lógica, la demostración, simplemente, se memoriza.

En cuanto a la Pedagogía, también es indudable que el profesor que no reflexiona sobre la razón de ser de su acción, pierde la esencia de su función. En este caso se convierte sólo en un operario que puede ser fácilmente reemplazado, incluso por un computador. En términos generales creemos que el profesor de matemática puede hacer de su aula de clase un espacio no hermético, de modo que, como especialista, desespecialice su disciplina. Lo anterior quiere decir, en palabras de Otte, que "*pase del trabajo con objetos matemáticos al trabajo de la Matemática con sujetos*"<sup>21</sup>.

21 OTTE, Michel. O formal, o social e o subjetivo: uma introdução à filosofia e à didática da matemática. São Paulo: Editora UNESP, 1993; P. 130.

## 7. La Educación Matemática como área de conocimiento e investigación

Históricamente la investigación en Educación Matemática nació de la necesidad de determinar qué contenidos curriculares debían enseñarse. Kilpatrick, al hablar de investigación en Educación Matemática, presenta dos tendencias bien definidas y diferenciadas. Una que acepta el enfoque tradicional de la ciencia de corte empírico-analítico cuyo objetivo sería explicar, medir y controlar los fenómenos de la enseñanza y del aprendizaje de la Matemática; esta tendencia está más cercana de la clásica Didáctica de la Matemática. La otra tendencia, más cercana a la ciencia con enfoque en la comprensión interpretativa de una cultura, cuyo objeto es intentar comprender los significados que la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática tiene para quienes se encuentran implicados en esta actividad. Esta segunda tendencia estudia fenómenos de la educación en Matemática que la Didáctica deja por fuera.

A partir de la década de los años ochenta, del siglo anterior, se han producido algunos cambios en los enfoques de la investigación en Educación Matemática, ampliando los tradicionales enfoques metodológicos de la investigación, que venían reducidos al enfoque empírico-analítico. De esta forma aparecen nuevas tendencias hacia modelos interpretativos, a la relación con el entorno cultural, cuando se acepta que es problemático e influye en el aprendizaje de la Matemática y a aproximaciones a la teoría crítica. Esta última tendencia de la Educación Matemática tiene como objetivo ayudar a profesores y alumnos a conseguir mayor autonomía en su trabajo.

Lo anterior se justifica en el hecho que el profesor en su salón de clases produce sa-



beres<sup>22</sup> sobre sus modos de enseñar y sobre la forma como sus estudiantes aprenden; sobre los mejores métodos y recursos que a él le funcionan y que le permiten que sus estudiantes aprendan.

A pesar de estos cambios en la dirección de la investigación en Educación Matemática, hasta hora, solo tímidamente se ha conseguido aceptar la importancia de considerar el contexto docente como problemático y, de hecho, incluir la visión de esa problemática por parte de los directamente afectados (los profesores de Matemática) como área de investigación.

Las tendencias actuales de la investigación en Educación Matemática dan cada vez más importancia a otras áreas que influyen en el aprendizaje<sup>23</sup>, como la Antropología, o la Lingüística. Al estudiar problemas específicos de aprendizaje en el salón de clase, cuando el investigador se convierte en observador participante, su trabajo está muy cerca de la del antropólogo. La comunicación y el manejo del lenguaje, tanto matemático como cotidiano, es uno de los más serios problemas en el aprendizaje de la Matemática. Cuando se analizan ese tipo de problemas, se está muy cerca del lingüista. De la misma forma se puede considerar la participación de la Historia o de la

Epistemología en el análisis de problemas de aprendizaje.

Investigadores como Vasco<sup>24</sup> amplían las áreas que se relacionan con la investigación en Educación Matemática; incluyen, además de las anteriores, a la Biología (específicamente a la Neurología) y a la Informática, precisamente para poder analizar la complejidad del proceso educativo.

## 8. Consideraciones finales

Independientemente de la conveniencia del uso de las expresiones Didáctica de la Matemática o Educación Matemática, algunas veces tomadas como sinónimas, lo importante es el sentido que se les dé dentro del proceso educativo. Precisamente la diversidad de enfoques o paradigmas de investigación enriquecen el debate y de alguna forma ayudan a mejorar el aprendizaje de la Matemática, a desterrar de los salones de clase la mala imagen que de ella se tiene y, lo más importante, a educar a los estudiantes, también con la Matemática y no sólo para la Matemática.

De todas formas, lo que sí es cierto es que se debe ir más allá de la Didáctica, pues no se puede, en un proceso educativo buscar sólo la eficacia en una perspectiva técnica, puesto que, como dice Contreras (1999), "[...] la educación es una actividad que tiene características de práctica moral más que de práctica educativa. Es, en términos de Aristóteles, una actividad práctica y no técnica. Es decir, que la educación es una actividad que busca justificar su valor en lo que hace, y no sólo en lo que obtiene como resultado" p. 454.

22 TARDIF, Maurice. Os professores enquanto sujeitos do conhecimento: subjetividade, prática e saberes no magistério. In: Didática, currículo e saberes escolares. Candau, V. (org.). Rio de Janeiro: DP&A editora, 2000. FIORENTINI, Dario. Pesquisando "com" professores: reflexões sobre o processo de produção e resignificação dos saberes da profissão docente. In: Investigação em Educação Matemática, Perspectivas e Problemas. Matos J. e Fernandes E. (edit.). Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2000. JIMÉNEZ, E. Alfonso. Quando professores de Matemática da escola e da universidade se encontram: re-significação e reciprocidade de saberes. Tese de doutorado. Campinas (São Paulo - Brasil): FE/ Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), 2002.

23 La Psicología por un buen tiempo ha tenido una gran influencia en el área, como lo muestran los trabajos de Piaget, o los trabajos de Fischban en el aprendizaje de nociones estadísticas.

24 VASCO, Op. Cit.



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CONTRERAS, J. El sentido educativo de la investigación. En: *Desarrollo profesional del docente: Política, investigación y práctica*. Angulo, J., Barquín, J. y Pérez A. (Eds). Madrid: Ediciones Akal, 1999.

D'AMORE, Bruno. *Didáctica de la matemática*. Bogotá: Editorial Magisterio, 2006.

FEDERICI, C., MOCKUS, A., CHARUM, J., GRANÉS, J., CASTRO, M., GUERRERO, B. Y HERNÁNDEZ, C. La cientificidad en educación. *Revista Colombiana de Educación*, N° 14, II semestre, pp. 69-90, 1984.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da indignação: cartas pedagógicas e outros escritos*. São Paulo: Editora UNESP. 1ª reimpressão, 2000.

GODINO, Juan D. Hacia una teoría de la Didáctica de la Matemática. En: *Área de Conocimiento: Didáctica de la Matemática*. GODINO, J, et al. Colección Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. Madrid: Editorial Síntesis, pp 105-148, 1991.

GÓMEZ, Bernardo. Las Matemáticas y el proceso educativo. *Área del conocimiento Didáctica de la Matemática. Colección Matemáticas: cultura y aprendizaje*, N° 1. Madrid: Editorial Síntesis, pp. 59-104, 1991.

JIMÉNEZ, E. Alfonso. *Quando professores de Matemática da escola e da universidade se encontram: re-significação e reciprocidade de saberes. Tese de doutorado*. Campinas (São Paulo - Brasil): FE/Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), 2002.

\_\_\_\_\_. *Formación de profesores de matemática: aprendizajes recíprocos escuela-universidad*. Tunja: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Búhos Editores, 2005.

KILPATRICK, Jeremy, GÓMEZ; Pedro y RICO; Lucio. *Educación Matemática: Errores y dificultades de los estudiantes, resolución de problemas, evaluación e historia*. México: Grupo editorial Ibero América, 1995.

LUCIO; Ricardo. Educación y Pedagogía, Enseñanza y Didáctica: diferencias y relaciones. *Revista de la Universidad de La Salle* – Julio 1989. Año XI N° 17. pp. 35 – 46.

MORIN, Edgar. *Introdução ao pensamento complexo*. Lisboa: Sociedade Astória, Ltda. 1990.

OTTE, Michel. *O formal, o social e o subjetivo: uma introdução à filosofia e à didática da matemática*. São Paulo: Editora UNESP, 1993.



PAÍS, Luiz Carlos. *Didática da Matemática: Uma análise da influência francesa*. Coleção tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

SHULMAN, L. Those who understand: the knowledge growths in teaching, In: *Educational Research*, fev., pp. 4 -14. 1992.

VASCO, Carlos E. La Educación Matemática: una disciplina en formación. *Matemáticas Enseñanza Universitaria, Revista de la ERM. Universidad del Valle*, Vol. III, N° 2, p. 59 -76, 1994; pp. 59 – 76.

# La Geometría Fractal

## (El Aprendizaje de las Nociones Básicas)

Prof. Dr. Carlos E. Vasco  
Departamento de Matemáticas  
(The learning of the basic notions)

"Si bien el estudio de la geometría fractal corresponde a diferentes contextos, la geometría, la astronomía y la teoría de la turbulencia, entre otros, los objetos naturales en cuestión tienen en común el hecho de poseer una forma altamente irregular y compleja. A fin de estudiarlos, la concepción matemática de la geometría se ha desarrollado y utilizado extensamente en los últimos años."