

Resolución y simulación de un problema de transferencia de calor en una colada continua

NÉSTOR RICARDO ROJAS REYES^{*}

^{*} Profesor ocasional, Facultad de Ingeniería, Escuela de Metalurgia.
E-mail: nerojasr@yahoo.com.br

Resumen

En este trabajo se muestra la solución y simulación de un problema característico en el área de transferencia de calor en metales, cuando éstos se solidifican. Dentro de la metodología utilizada se consideran varias ecuaciones que se implementan cuando existen planos de simetría, con esto la cantidad de ecuaciones se reduce claramente. Con ayuda del programa Matlab se obtiene perfiles de temperatura en cualquier lugar del lingote ya solidificado.

Resolution and simulation of a heat transfer problem in a continuous casting

Abstract

In this work it is shown the solution and simulation of a characteristic problem in the area of heat transfer in metals, when they are solidified. Inside the used methodology are considered several equations that are implemented when symmetry planes exist, with this decreases clearly the quantity of equations. With the help of the Matlab program are obtained profiles of temperature in any place of the ingot solidified.

Palabras claves: simulación con Matlab, transferencia de calor, colada continua.

Key words: simulation with Matlab, heat transfer, continuous casting.

1. Introducción

El programa MATLAB es una herramienta informática con programación propia que puede ser de mucha utilidad en el campo de la simulación de procesos¹. Se aprovecha la rapidez que entrega para la solución de ecuaciones científicas y problemas numéricos, que algunas veces puede ser tediosa, larga y complicada, en la solución de ecuaciones diferenciales parciales que se encuentran en problemas de transferencia de calor².

1.1. Colada continua

El proceso de colada continua de lingotes de acero se puede realizar primeramente en un molde de cobre de 20 x 20 cm, con refrigeración que recibe el material a 1600 °C, en esta etapa se forma una capa por solidificación de espesor creciente. Luego que el lingote sale del molde, con el centro aún líquido, se termina la solidificación por enfriamiento con agua por aspersión (Figura 1.1)².

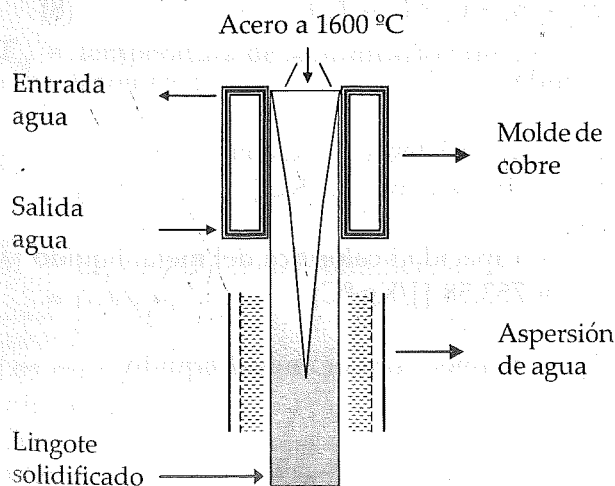


Figura 1.1. Esquema de la solidificación de un lingote en una colada continua.

En la etapa de formación de capa solidificada, se puede considerar que el contacto entre el molde y el acero es ideal (sin resistencia), para una temperatura constante promedio de la pared de la lingotera de 65 °C. En esta etapa, se espera que el espesor solidificado de acero alcance los 6 cm al salir del molde, para una tasa de alimentación de acero líquido (m) de 12 Kg/seg a 1600 °C. El agua de refrigeración en la lingotera entra a 15 °C y sale a 60 °C.

En la segunda etapa, el lingote se enfría mediante agua a presión que cae en forma de lluvia directamente sobre el metal, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de $1,45 \text{ KW/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ para $20 \text{ Lt/m}^2 \cdot \text{seg}$ de agua a 15 °C.

En el siguiente trabajo se pretende simular, con los anteriores valores, el largo del molde requerido y el flujo de agua requerido en el molde, el largo de la sección de enfriamiento con agua y el flujo total de agua requerido, y por último, el perfil de temperatura centímetro a centímetro desde el centro a la superficie, para las dos etapas de enfriamiento del lingote.

1.2. Método de resolución

1.2.1. Etapa 1: Molde de cobre

Suposiciones para la resolución: debido a la turbulencia causada por el derramamiento de material dentro del molde desde el tundish, la temperatura del acero es constante (1600 °C); el acero cuando toca el molde se solidifica y a medida que avanza, la capa solidificada va aumentando de grosor; el calor proveniente de la solidificación del acero es removido por el

molde refrigerado con agua a una temperatura T_0 y con un coeficiente de transferencia de calor por convección h constante.

Si se simplifica el anterior análisis por aproximación con una función lineal, la transferencia de calor por conducción q entre la interfase sólido-líquido y la superficie del molde se calcula por:

$$q|_{x=0} = k' \frac{T_M - T_S}{M} \quad (1)$$

donde k' es la conductividad térmica del acero, T_M y T_S son las temperaturas de la interfase sólido-líquido y de la superficie del molde, respectivamente y M es el espesor de la capa solidificada. La transferencia de calor por convección se puede representar por:

$$q|_{x=0} = h (T_S - T_0) \quad (2)$$

donde T_0 representa la temperatura del molde de cobre.

Cuando se elimina la temperatura superficial T_S por combinación de las ecuaciones (1) y (2), se expresa el flujo en la interfase simplemente como:

$$q|_{x=0} = q|_{x=M} = \frac{T_M - T_0}{\frac{1}{h} + \frac{M}{k'}} \quad (3)$$

Además en $X = M$, el calor latente es desarrollado por:

$$q|_{x=M} = \rho H_f \frac{dM}{dt} \quad (4)$$

combinando las ecuaciones (3) y (4) e integrando con $M = 0$ en $t = 0$, y $M = M$ en $t = t$, se obtiene:

$$M = \frac{h(T_M - T_0)}{\rho' H_f} * t - \frac{h}{2k'} M^2 \quad (5)$$

Adams³ ha solucionado el problema de una manera muy rigurosa en la cual el perfil de temperatura no se asume lineal como se supuso anteriormente. Un análisis más refinado es similar a la ecuación (5) con un factor adicional a:

$$M = \frac{h(T_M - T_0)}{\rho' H_f a} t - \frac{h}{2k'} M^2 \quad (6)$$

en esta expresión:

$$a = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{C_p(T_M - T_0)}{3H_f}} \quad (7)$$

Como el lingote se está moviendo hacia abajo con una velocidad u y la conducción de calor en la pared solidificada es más grande en la dirección x que en la y entonces la conducción de calor se puede suponer unidireccional en x .

Teniendo en cuenta el aporte de calor por el líquido sobrecalentado, el calor latente efectivo de fusión H'_f se calcula por:

$$H'_f = H_f + C_{p,l}(T_p - T_M) \quad (8)$$

Donde:

$$H_f = \text{calor latente de fusión} \\ = 267,472962 \text{ [KJ/Kg.]}$$

$$C_{p,l} = \text{capacidad calorífica del metal líquido} \\ = 753,58 \text{ [J/Kg.}^\circ\text{C]}$$

$$T_p = \text{temperatura del metal líquido} \\ = 1600 \text{ [}^\circ\text{C]}$$

$$T_M = \text{temperatura de solidificac. del líquido} \\ = 1500 \text{ [}^\circ\text{C].}$$

(5)

Con el objeto de utilizar el procedimiento de Adams, se deben calcular los siguientes valores adimensionales:

$$1 \quad \frac{h^2 * y}{u * k' * \rho' * C'_p}, \quad (9)$$

$$2 \quad \frac{H'_f}{C'_p * (T_M - T_0)}, \quad (10)$$

$$3 \quad \frac{hM}{k'}, \quad (11)$$

Donde:

(7)

h = coeficiente de transferencia de calor⁴
= 1277,54 [W/m².°C]

y = longitud del molde
= incógnita

k = conductividad térmica del sólido⁵
= 76,15 [W/m.°C]

ρ' = densidad del acero sólido⁵
= 7688,85 [Kg/m³]

C_p = capacidad calorífica del metal sólido⁵
= 669,85 [J/Kg.°C]

(8)

T_M = temperatura de solidificación del metal⁵
= 1500 [°C]

T_0 = temperatura del molde de cobre
= 65 [°C]

M = espesor del metal solidificado
= 0,06 [m]

Los grupos adimensionales (9), (10) y (11) se utilizan para calcular el espesor solidificado (Figura 2.1), temperatura superficial del metal (Figura 2.2) y calor removido por el molde (Figura 2.3).

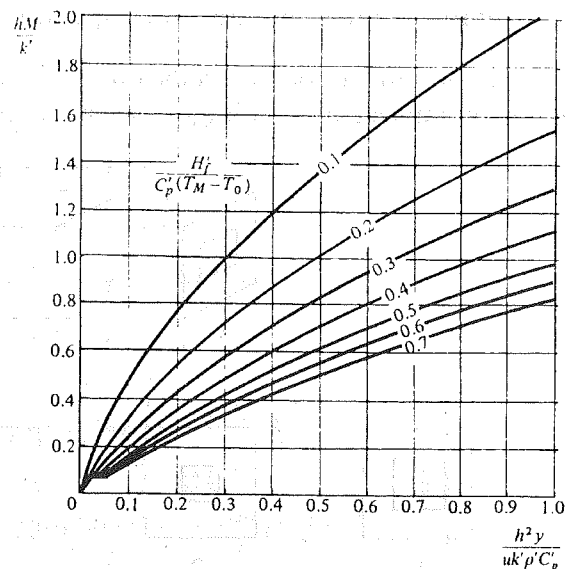


Figura 2.1. Relación de grupos adimensionales para calcular el espesor solidificado.

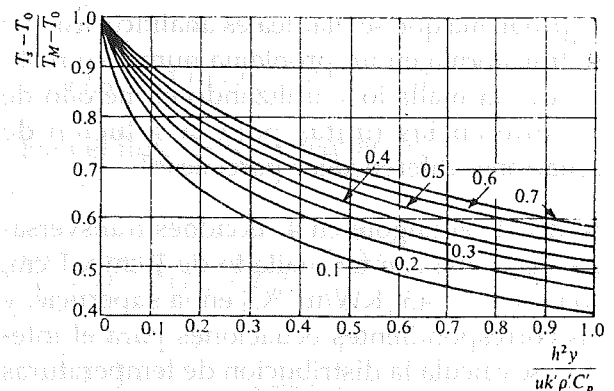


Figura 2.2 Relación de grupos adimensionales para calcular la temperatura superficial del metal.

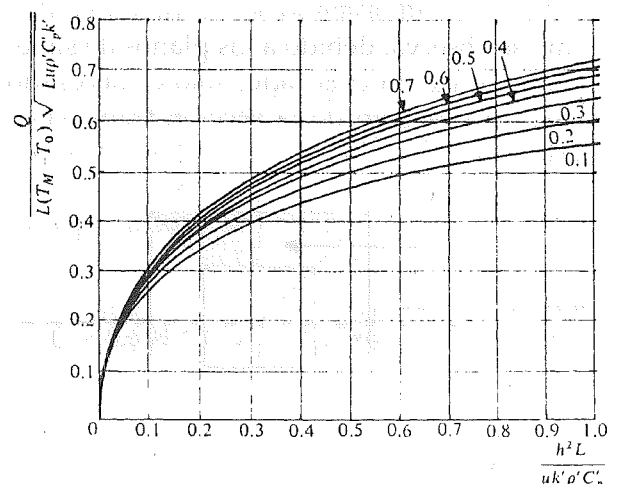


Figura 2.3 Relación de grupos adimensionales para calcular el calor removido por el molde.

1.2.2. Etapa 2: Enfriamiento por aspersión

El lingote se mueve con una velocidad u , es decir, está en estado no estacionario; pero al analizarlo en cortes transversales, el lingote se encuentra en estado estacionario:

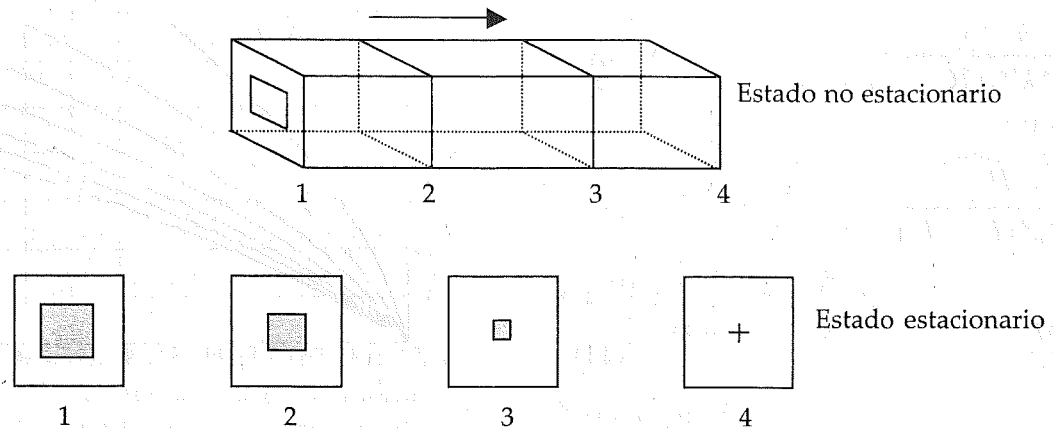


Figura 2.4. Cortes transversales a analizar en la etapa 2.

El problema que se plantea es analítico, así que se transforma en un problema numérico realizando un mallado y utilizando el método de las diferencias finitas para la solución de ecuaciones diferenciales parciales^{6,7}.

Se divide el lingote en 4 secciones transversales, cada una con un mallado de 1 cm x 1 cm, con un $h' = 1,45$ [KW/m².°C] en la superficie, y las correspondientes ecuaciones para el interior, se calcula la distribución de temperaturas en estado estacionario para un grosor de pared de 6, 7, 8, 9 y 10 cm, los resultados se observan las figuras 2.6 a 2.10.

Como se observa, debido a los planos de simetría que posee un cuadrado, sólo es necesario analizar un octavo de la sección transversal (parte gris):

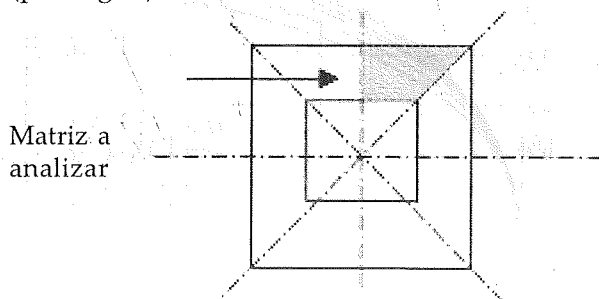


Figura 2.5. Metodología de solución de cada corte transversal del lingote.

Las ecuaciones nodales de la matriz a solucionar (Figura 2.5), se encuentra en cualquier libro sobre transferencia de calor con soluciones numéricas^{6,7,8}.

En este trabajo se pretende dar cuenta de la aplicabilidad de las siguientes ecuaciones que se proponen, para el caso que se trabaje con planos de simetría.

Para el área en gris de la Figura 2.5, utilizando notación matricial, el nodo 1,1 tiene la siguiente ecuación:

$$T_{i,j} = \frac{T_{i+1,j} + T_{i,j+1} + BiT_{H_2O}}{2 + Bi_{H_2O}} \quad (12)$$

Los nodos 1,2 hasta 1,10 poseen la siguiente ecuación:

$$T_{i,j} = \frac{T_{i+1,j} + (T_{i,j+1} + T_{i,j-1})/2 + BiT_{H_2O}}{2 + Bi_{H_2O}} \quad (13)$$

El nodo 1,11 se rige con la siguiente ecuación:

$$T_{i,j} = \frac{T_{i,j-1} + BiT_{H2O}}{1 + Bi_{H2O}} \quad (14)$$

T_{H2O} = Temperatura del agua

$$Bi_{H2O} = \frac{h' \Delta x}{k'} \quad (15)$$

Donde:

h' = Coeficiente de transferencia de calor convectivo del agua a presión.

Bi_{H2O} = Número Biot para el agua.

Los nodos de la primer columna, desde el segundo nodo hacia abajo tienen la siguiente ecuación:

$$T_{i,j} = (T_{i-1,j} + T_{i+1,j} + (2 T_{i,j+1})) / 4 \quad (16)$$

Los nodos internos que se ubican en la diagonal se rigen con la siguiente ecuación:

$$T_{i,j} = (T_{i-1,j} + T_{i,j-1}) / 2 \quad (17)$$

Los nodos de la superficie interna estarán siempre a 1.500 °C.

2. Resultados

1. Etapa 1. Molde de cobre

Para la velocidad de avance:

$$v = \frac{\dot{m}}{A_c \cdot \rho'} \quad (18)$$

$$= 0,039 \text{ [m/seg.]}$$

Cálculo del largo del molde:

$$Q = H_f + C_{pl}(T_P - T_M) \quad (8)$$

$$= 342.730,962 \text{ [J/Kg.]}$$

$$\frac{H'_f}{C'_p(T_M - T_0)},$$

$$\frac{hM}{k'} = 1,0065 @ 1$$

Con los anteriores valores se obtiene de la Figura 2.1:

$$\frac{h^2 \cdot y}{u \cdot k' \cdot \rho' \cdot C'_p} = 0,735$$

reemplazando y despejando:

$$y = 0,735 \cdot \frac{u \cdot k' \cdot \rho' \cdot C'_p}{h^2}$$

y = longitud del molde = 6,88 m = L

Para el flujo de agua requerido:

$$\text{con } \frac{H'_f}{C'_p(T_M - T_0)} = 0,3565 \quad y$$

$$\frac{h^2 \cdot y}{u \cdot k' \cdot \rho' \cdot C'_p} = 0,735$$

De la Figura 2.3 se observa que:

$$\frac{Q}{L(T_M - T_0) \sqrt{L \cdot u \cdot \rho' \cdot C'_p \cdot k'}} = 0,604$$

despejando Q se obtiene:

$$Q = 0,604 \cdot L(T_M - T_0) \sqrt{L \cdot u \cdot \rho' \cdot C'_p \cdot k'}$$

$$Q = 61172.781,68 \text{ [W]}$$

Recordando la ecuación del calor absorbido por el agua refrigerada:

$$Q = \dot{m}_{H_2O} * C_{P H_2O} (T_{Salida} - T_{Entrada}) \quad (19)$$

$$\dot{m}_{H_2O} = \frac{Q}{C_{PH_2O} (T_{Sal.} - T_{Ent.})}$$

Donde:

$T_{Sal.}$ = temperatura de salida del agua = 60 [°C]

T_{Ent} = temperatura de entrada del agua
= 15 [°C]

$C_{P H_2O}$ = Capacidad calorífica del agua a
37,5 °C = 4178 [J/Kg.°C]

Reemplazando y calculando, se obtiene el flujo de agua requerido:

$$\dot{m}_{H_2O} = 325,37 \text{ [Kg./Seg.]}$$

Para la temperatura superficial, utilizando las ecuaciones 9 y 10:

$$\frac{h^2 * y}{u * k' * \rho' * C'_p} = 0,735 \quad y$$

$$\frac{H'_f}{C'_p * (T_M - T_0)} = 0,3565$$

Y de la Figura 2.2 se obtiene que:

$$\frac{T_s - T_0}{T_M - T_0} = 0,552$$

despejando T_s : $T_s = [0,552 * (T_M - T_0)] + T_0$

$$T_s = 857,12 \text{ °C}$$

Con ayuda del programa Matlab, la metodología anterior y suponiendo que la temperatura dentro de la capa solidificada es una función lineal, se calcula la distribución de temperaturas longitudinal, por la mitad del lingote a diferentes profundidades:

Tabla 3.1.

Temperaturas del lingote en el molde de cobre en un corte longitudinal

	Profundidad:						
Longitud	0 cm	1 cm	2 cm	3cm	4 cm	5 cm	6 cm
0	1500	1550	1600	1600	1600	1600	1600
0,056	1342,15	1500	1550	1600	1600	1600	1600
1,64	1284,75	1391,6	1499,2	1550	1600	1600	1600
2,55	1098,2	1232,13	1366,06	1499,99	1550	1600	1600
3,93	1004,92	1128,67	1252,44	1376,21	1499,98	1550	1600
5,34	911,65	1029,32	1146,99	1264,66	1382,33	1500	1550
6,88	857	964,17	1071,34	1178,51	1285,68	1392,85	1500

2.2. Etapa 2. Enfriamiento por aspersión

A continuación se observa 1/8 de la matriz analizada (ver Figura 2.5) con las temperaturas transversales cuando se ha solidificado 6 cm de espesor, es decir, exactamente cuando se expone el lingote al agua a presión:

1,0e+003 *										
0,6236	0,6194	0,6067	0,5854	0,5558	0,5185	0,4754	0,4284	0,3792	0,3292	0,278
0,7436	0,7387	0,7237	0,6983	0,6625	0,6173	0,5650	0,5082	0,4491	0,3891	
0,8736	0,8681	0,8510	0,8215	0,7787	0,7233	0,6591	0,5903	0,5197		
1,0147	1,0090	0,9908	0,9580	0,9074	0,8380	0,7580	0,6741			
1,1674	1,1622	1,1453	1,1124	1,0549	0,9634	0,8607				
1,3304	1,3271	1,3159	1,2912	1,2365	1,1000					
1,5000	1,5000	1,5000	1,5000	1,5000						

A partir de los resultados anteriores se presenta la gráfica tridimensional correspondiente al corte transversal en la entrada del enfriamiento por aspersión (Figura 2.6). Las demás figuras (2,7 a 2,10) corresponden al avance de los diferentes grosores de capa solidificada.

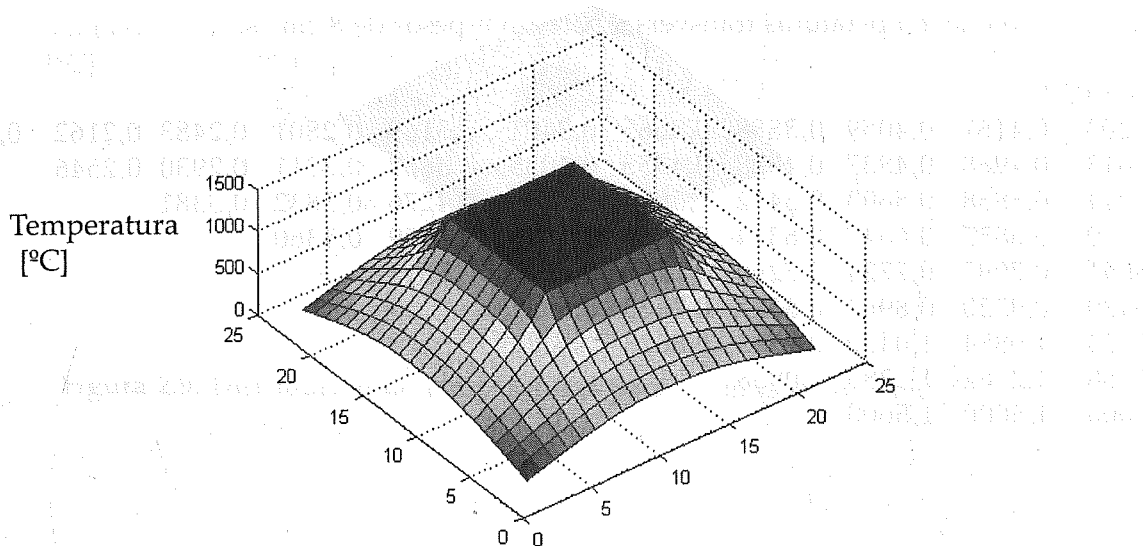


Figura 2.6. Distribución de temperaturas para un grosor de pared de 6 cm.

La distribución de temperaturas transversal para un espesor de 7 cm es:

1,0e+003 *										
0,5210	0,5168	0,5043	0,4841	0,4572	0,4248	0,3886	0,3499	0,3099	0,2693	0,228
0,6216	0,6165	0,6014	0,5769	0,5441	0,5048	0,4609	0,4143	0,3663	0,3178	
0,7324	0,7262	0,7079	0,6779	0,6376	0,5894	0,5361	0,4802	0,4232		
0,8555	0,8482	0,8262	0,7894	0,7389	0,6791	0,6141	0,5471			
0,9931	0,9849	0,9594	0,9145	0,8498	0,7739	0,6940				
1,1472	1,1390	1,1121	1,0593	0,9718	0,8728					
1,3177	1,3119	1,2907	1,2388	1,1053						
1,5000	1,5000	1,5000	1,5000							

Temperatura
[°C]

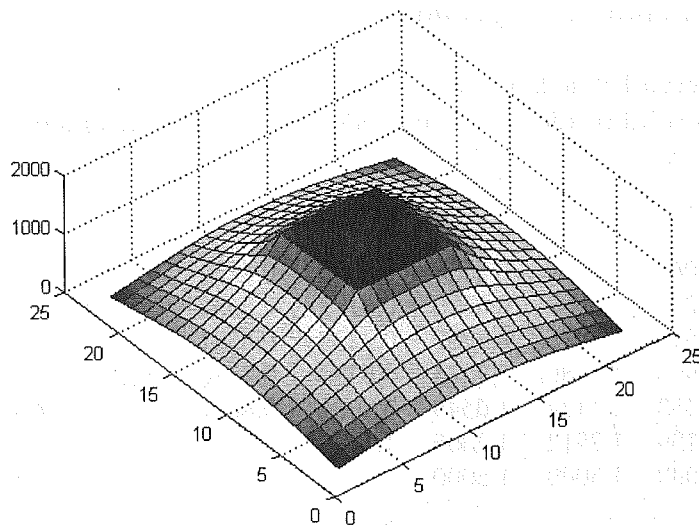


Figura 2.7. Distribución de temperaturas para un grosor de pared de 7 cm.

La distribución de temperaturas transversal para un espesor de 8 cm es:

1,0e+003 *										
0,4203	0,4167	0,4059	0,3888	0,3665	0,3401	0,3109	0,2801	0,2483	0,2162	0,184
0,5013	0,4968	0,4837	0,4628	0,4355	0,4035	0,3682	0,3311	0,2930	0,2546	
0,5914	0,5858	0,5693	0,5432	0,5094	0,4702	0,4276	0,3832	0,3381		
0,6930	0,6857	0,6647	0,6314	0,5889	0,5405	0,4889	0,4360			
0,8091	0,7997	0,7724	0,7290	0,6745	0,6142	0,5515				
0,9439	0,9320	0,8962	0,8377	0,7663	0,6902					
1,1024	1,0884	1,0430	0,9593	0,8628						
1,2888	1,2764	1,2283	1,0938							
1,5000	1,5000	1,5000								

Temperatura
[°C]

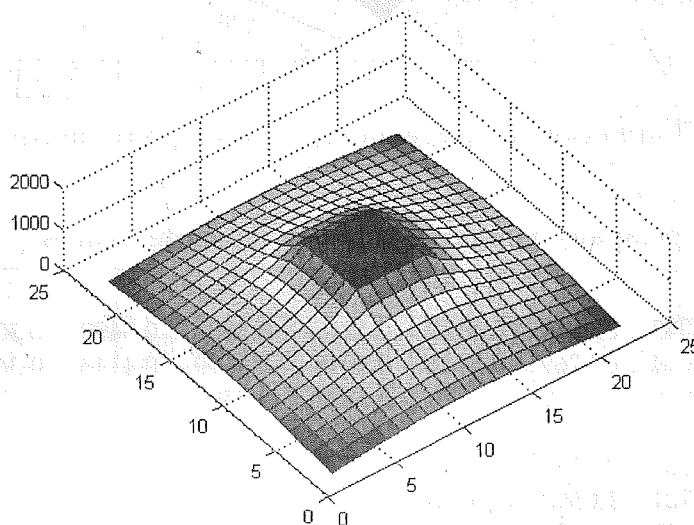


Figura 2.8. Distribución de temperaturas para un grosor de pared de 8 cm.

La distribución de temperaturas transversal para un espesor de 9 cm es:

1,0e+003 *										
0,3161	0,3133	0,3051	0,2921	0,2753	0,2555	0,2338	0,2108	0,1873	0,1635	0,139
0,3765	0,3730	0,3629	0,3471	0,3265	0,3025	0,2762	0,2486	0,2203	0,1919	
0,4442	0,4397	0,4269	0,4069	0,3814	0,3520	0,3202	0,2872	0,2538		
0,5210	0,5151	0,4984	0,4727	0,4405	0,4042	0,3657	0,3265			
0,6099	0,6018	0,5792	0,5453	0,5041	0,4589	0,4123				
0,7151	0,7036	0,6716	0,6255	0,5719	0,5154					
0,8433	0,8263	0,7785	0,7137	0,6428						
1,0057	0,9801	0,9027	0,8082							
1,2194	1,1859	1,0443								
1,5000	1,5000									

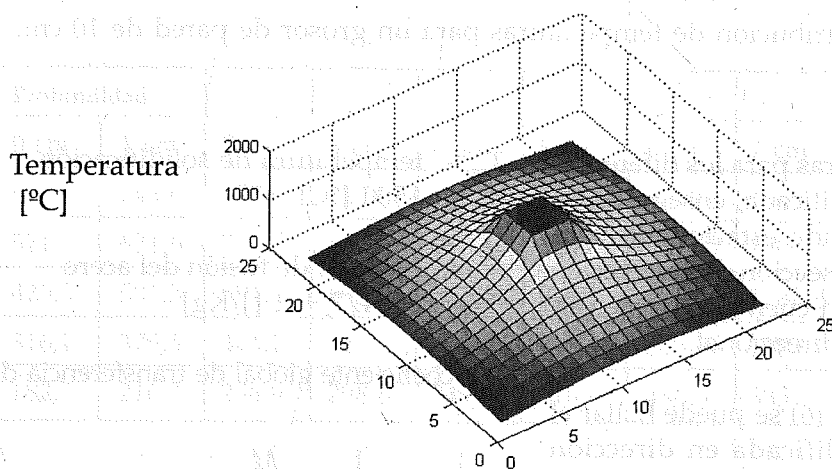


Figura 2.9. Distribución de temperaturas para un grosor de pared de 9 cm.

La distribución de temperaturas transversal final para un espesor de 10 cm es:

1,0e+003 *										
0,1827	0,1811	0,1765	0,1692	0,1597	0,1485	0,1363	0,1235	0,1104	0,0972	0,083
0,2167	0,2146	0,2089	0,1999	0,1883	0,1747	0,1600	0,1445	0,1287	0,1130	
0,2549	0,2523	0,2450	0,2337	0,2192	0,2026	0,1846	0,1661	0,1474		
0,2988	0,2952	0,2857	0,2710	0,2526	0,2321	0,2103	0,1882			
0,3499	0,3450	0,3319	0,3124	0,2888	0,2631	0,2367				
0,4109	0,4038	0,3851	0,3584	0,3276	0,2954					
0,4865	0,4750	0,4466	0,4091	0,3684						
0,5853	0,5638	0,5178	0,4634							
0,7273	0,6778	0,5978								
0,9682	0,8230									
1,5000										

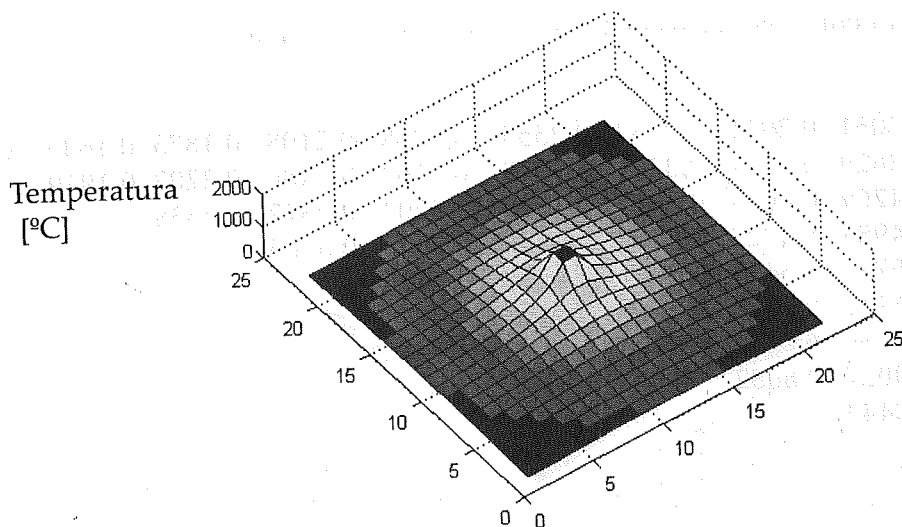


Figura 2.10. Distribución de temperaturas para un grosor de pared de 10 cm.

Conocidas las temperaturas para los diferentes grosores de la capa solidificada, enseguida, se realiza el análisis en estado estacionario para obtener la longitud de la sección de convección forzada. Se debe tener en cuenta que este cálculo es nuevamente unidireccional.

Al modificar la ecuación (6) se puede hallar el avance de la capa solidificada en dirección hacia el centro:

$$t = \frac{\left(\frac{M'^2}{2 * k'} + \frac{M'}{U} \right)}{\left(\frac{T_{M'} - T_0}{\rho' * H_f} \right)} \quad (20)$$

Donde:

M' = espesor que falta por solidificar
= 0,04 [m]

T_0 = temperatura de la superficie donde crece la "piel" solidificada, se obtuvo del análisis anterior de diferencias finitas
= 486,49 °C

$T_{M'}$ = temperatura de solidificación
= 1500 [°C]

H_f = entalpía de fusión del acero
= 268472,962 [J/Kg]

U = coeficiente global de transferencia de calor:

$$\frac{1}{U * A} = \frac{1}{h' * A} + \frac{M}{k' * A} \quad (21)$$

Con: $h' = 1450$ [W/m².°C]

$M' = 0,06$ [m]

$k' = 76,15$ [W/m.°C]

Reemplazando en (21) y despejando U se obtiene:

$$U = 680,272$$
 [W/m².°C]

Reemplazando en (20) se obtiene:

$$\frac{\left(\frac{(0,04)^2}{2(76,15)} + \frac{0,04}{680,272} \right)}{\left(\frac{1500 - 486,49}{7688,85 * H_f} \right)}$$

nótese que $H_f = 268472,962$ [J/Kg], es decir, no se toma en cuenta el sobrecalentamiento del líquido, se considera imposible que después de recorrer 6,88 m el acero líquido esté todavía a 1600 °C, así entonces el acero está a una temperatura de 1500 °C en la interfase, es decir, igual temperatura pero diferentes propiedades físicas y diferentes gradientes de temperatura internos, de modo que:

$$t' = 140,63 \text{ segundos}$$

Al utilizar planos de simetría adecuadamente, el número de operaciones que se debe aplicar a cada nodo se reduce de 484 a solamente 66 ecuaciones.

Si se desea mayor exactitud en los puntos analizados se realiza un mallado más tupido, es decir, un paso de menos de 1 cm, pero el número de operaciones se incrementará.

Tabla 3.2.

Temperaturas del lingote en la sección de convección en un corte longitudinal.

	Profundidad										
Longitud	0 cm	1 cm	2 cm	3 cm	4 cm	5 cm	6 cm	7 cm	8 cm	9 cm	10 cm
0	623,6	743,6	873,6	1014,7	1167,4	1330,4	1500	1550	1550	1550	1550
1,215	521	621,6	732,4	855,5	993,1	1147,2	1317,7	1500	1550	1550	1550
2,534	420,3	501,3	591,4	693	809,1	943,9	1102,4	1288,8	1500	1550	1550
3,957	316,1	376,5	444,2	521	609,9	715,1	843,3	1005,7	1219,4	1500	1550
5,484	182,7	216,7	254,9	298,8	349,9	410,9	486,5	585,3	727,3	968,2	1500

La velocidad de avance se mantiene constante:

$$L' = u \cdot t'$$

L' = longitud sección enfriamiento con agua = 5,484 mts.

Nuevamente suponiendo que la temperatura dentro de la capa solidificada es una función lineal, podemos hallar la temperatura a diferentes longitudes y diferentes profundidades:

3. Conclusiones

Las ecuaciones enunciadas en el trabajo funcionan de manera coherente al solucionar problemas que impliquen planos de simetría.

Al contar con las temperaturas superficiales se pueden obtener temperaturas internas teóricas luego de solidificar cualquier material, a cualquier distancia y en cualquier lugar del lingote.

Los valores de temperatura en las paredes del lingote se pueden tomar como reales, así que toda la metodología se realiza para obtener correlaciones que coincidan con los límites de frontera.

La metodología planteada y el uso adecuado del programa Matlab permite un ahorro sustancial en tiempo.

Rreferencias

- ¹ Pérez López, César. Matlab y sus Aplicaciones en las ciencias y la Ingeniería. Pearson Educación S. A. Madrid. 2002.
- ² Peters, A. T. Producción Siderúrgica. Editorial Limusa. México. 1993. Páginas 301 – 307.
- ³ C.M. Adams, Thermal Considerations in Freezing. Liquid Metals and Solidification, ASM. Cleveland, Ohio, Vol 28. 1958. Pag. 120.
- ⁴ Hills, A. W. and Moore M. R. Heat and Mass Transfer in Process Metallurgy, Inst. Min. and Met. Londres, 1967.
- ⁵ Kubaschewsky, O. and Alcock, C. Metallurgical Thermochemistry. 4th Edition. Pergamon Press. 1979. p. 258.
- ⁶ Bejan, Adrian. Heat Transfer. John Wiley & Sons, Inc. New York. 1992. pp. 120-129.
- ⁷ Holman, J. P. Transferencia de Calor. Mc Graw Hill. 8^a edición. 2000. pp. 234 – 238.
- ⁸ Incropera, Frank y DeWitt, David. Pearson Educación. 4^a edición. México 1999. pp. 248-261
- ⁹ Bird, Byron, Stewart, Warrent and Lightfoot, Edwin. Ed. Reerté. 1987 pp. 9-11.